

Quadro 1

TEMA/DOMÍNIO	APRENDIZAGENS ESSENCIAIS/ <i>Objetivos*</i> (Conhecimentos, Capacidades e Atitudes)	Ações estratégicas/Atividades orientadas para o perfil dos alunos	Calendarização Total: 186 aulas
MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CIDADANIA Modelos matemáticos nas eleições Maioria simples Maioria absoluta	Reconhecer o papel da matemática na escolha de representantes em sistemas políticos e sociais. Perceber que existem modelos matemáticos que permitem criar procedimentos para transformar as preferências individuais numa decisão coletiva. Identificar o vencedor de um processo eleitoral através de maioria simples e maioria absoluta. Conhecer e compreender diferentes sistemas de votação.	Promover a consciencialização de que o voto é um assunto que está no cerne duma democracia participativa. Contribuir para o reconhecimento da necessidade da matemática para definir métodos eleitorais. Contribuir para a clarificação da importância da participação de cada cidadão na eleição dos seus representantes (delegado de turma, associação de estudantes, estruturas sindicais e poderes políticos). Dar a conhecer o método eleitoral para a eleição do Presidente da República Portuguesa. Promover a análise, a interpretação e a discussão de sistemas eleitorais que valorizem a existência de uma segunda volta, como é o caso da eleição do Presidente da República de Portugal, nomeadamente a referência à eleição presidencial de 1986. Propor a construção de um programa simples em Python (de iniciação à linguagem) que permita determinar o número de votos que garante a maioria absoluta, sendo inseridas as votações em 3 candidatos. Propor a exploração de diferentes sistemas de votação, por ordem de preferência, maioritário com duas ou mais voltas, de aprovação e outros. A aplicação de cada sistema deve resultar da análise da sua descrição e acompanhado de	48 aulas

Método de Borda	Identificar o vencedor de processos eleitorais que recorram a boletins de preferência (método de Borda).	<p>uma pequena análise das suas principais consequências. Propor a análise de situações que evidenciem claramente o facto de métodos eleitorais diferentes gerarem escolhas diferentes para a mesma votação, recorrendo a contextos eleitorais concretos, como por exemplo: - eleição do delegado de turma; - eleição para a Associação de Estudantes; - eleições para os órgãos sociais de clubes desportivos. Referir que todos os métodos eleitorais têm limitações, nomeadamente, encorajar o debate de situações em que existe e em que não existe transitividade das escolhas, como por exemplo o paradoxo de Condorcet. Dar a conhecer que o teorema de Arrow, que mostra as limitações de um sistema eleitoral, pode ser trabalhado com diferentes níveis de aprofundamento, podendo, contudo, fazer-se apenas uma breve referência à sua existência.</p> <p>Propor a exploração de diferentes sistemas de contabilização proporcional de mandatos que poderão ser aplicados.</p> <p>Cada sistema estudado deve ser acompanhado de uma pequena análise das suas principais consequências.</p> <p>A aplicação de cada sistema deve resultar da análise da sua descrição e acompanhado de uma pequena análise das suas principais consequências.</p> <p>Promover discussões sobre problemas de partilha, identificando os modelos matemáticos que contribuem para as diversas resoluções.</p> <p>Analisar com os alunos os contextos eleitorais das eleições autárquicas e das eleições para a Assembleia da República, suscitando a compreensão da necessidade de um método de partilha proporcional. Incentivar os alunos a confirmar o processo da distribuição de</p>	
-----------------	--	---	--

		<p>mandatos num organismo local (eleições com um número reduzido de mandatos - até 6 mandatos). Promover a exploração, com recurso à tecnologia gráfica (folha de cálculo), de distribuições de mandatos em cenários nacionais (eleições com um número elevado de mandatos, por exemplo, a distribuição de mandatos por círculo eleitoral).</p> <p>Propor a análise de situações concretas que evidenciem claramente que métodos de partilha diferentes geram distribuições diferentes para a mesma eleição, por exemplo, as eleições europeias de 1987. Promover a análise de casos em outras situações, como por exemplo, a distribuição de um número de computadores por departamentos com diferentes dimensões.</p>	
Avaliação Intercalar			
<p>Modelos matemáticos na partilha</p> <p>Partilha nos casos discreto e contínuo</p>	<p>Perceber que existem modelos matemáticos que permitem criar procedimentos para fazer distribuições proporcionais.</p> <p>Compreender como se contabilizam os mandatos nalgumas eleições. Conhecer e aplicar o método de Hondt e outros métodos.</p> <p>Compreender que os resultados podem ser diferentes se os métodos de contabilização dos mandatos forem diferentes.</p> <p>Compreender as limitações da partilha equilibrada quando se dividem bens que não se podem fracionar.</p>	<p>Promover discussões sobre problemas de partilha, identificando os modelos matemáticos que contribuem para as diversas soluções e limitações na sua aplicação. Propor o estudo de situações paradoxais em que o aumento do número total de mandatos implica a perda de mandatos atribuídos a um partido, para a mesma votação.</p> <p>Sensibilizar os alunos para o carácter subjetivo da valorização de um bem, para as consequências desta subjetividade na partilha e conhecer métodos que permitam integrar esta condicionante na partilha. Sensibilizar os alunos para a pluralidade de métodos que é possível definir e para a sua adequabilidade a cada situação (heranças, distribuição de espaço, atribuição de tarefas partilhadas) e alertar para a necessidade de compreender um método através da análise do respetivo algoritmo. Comparar a aplicação de dois algoritmos que produzam resultados diferentes numa mesma situação.</p>	50 aulas

	<p>Compreender o carácter provisório da taxa mensal de retenção na fonte (IRS).</p> <p>Identificar a progressividade do IRS e a relevância dos escalões.</p>	<p>comparação (ex.: rendimento anual, salário mensal, rendimento por hora);</p> <p>-a análise de exemplos relacionados com o processamento dos vencimentos (ex.: recibos);</p> <p>- a pesquisa e análise de tabelas de IRS, identificação dos escalões aplicáveis e discussão sobre a progressividade deste imposto.</p>	
Avaliação sumativa 1º Semestre			
Matemática na poupança e no crédito	<p>Calcular juro simples e juro composto (com diferentes períodos de capitalização dos juros).</p> <p>Compreender o processo de capitalização com juro simples e juro composto.</p>	<p>Promover, com recurso à tecnologia, o cálculo de juros simples e compostos em diferentes situações.</p> <p>Analisar diferentes propostas de capitalização para verificar a mais vantajosa.</p> <p>Promover, em casos simples, usando a folha de cálculo, o cálculo do:</p> <ul style="list-style-type: none"> - capital obtido, através de uma capitalização de juro simples, num dado tempo, o capital final; - capital obtido, com diferentes capitalizações (mensal, anual, semestral) usando juro composto, num dado tempo, o capital final. <p>Sugerir em grande grupo com recurso a simulações para depósitos a prazo, nos sites de diferentes entidades bancárias, a elaboração de um relatório sobre as diferentes propostas, analisando qual a mais vantajosa, pressupondo a entrega de um determinado montante de capital e um determinado prazo máximo.</p> <p>Analisar a rentabilidade de diferentes depósitos a prazo, durante um prazo predefinido, recorrendo à folha de cálculo e ao uso de simuladores disponíveis na Internet.</p> <p>Promover, em casos simples, o cálculo de, usando a folha de cálculo:</p>	36 aulas

<p>ESTATÍSTICA</p> <p>Problema estatístico</p> <p>Variabilidade</p> <p>População, amostra e variável</p> <p>Fases de um procedimento estatístico</p>	<p>Reconhecer o papel relevante desempenhado pela Estatística em todos os campos do conhecimento.</p> <p>Reconhecer a variabilidade como um conceito-chave de um problema estatístico. Conhecer e interpretar situações do mundo que nos rodeia em que a variabilidade está presente.</p> <p>Identificar num estudo estatístico, população, amostra e a(s) característica(s) a estudar, que se designa(m) por variável(variáveis).</p> <p>Reconhecer as fases de um procedimento estatístico:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Produção ou aquisição de dados; - Organização e representação de dados; - Interpretação tendo por base as representações obtidas. <p>Reconhecer os métodos existentes para a seleção de amostras, no sentido de que estas sejam representativas das populações subjacentes, e de modo a evitar amostras enviesadas cujo estudo levaria a inferir conclusões erradas para as populações.</p>	<p>- do capital inicial a depositar para, ao fim de um determinado tempo dado (um ano, prazos superiores a um ano), ter um certo capital final com uma taxa de juro fixa;</p> <p>- do tempo mínimo de capitalização, dados os capitais inicial e final e a taxa de juro, com um determinado objetivo.</p> <p>Promover a discussão na turma para identificar e formular questões estatísticas, cujas respostas dependam da recolha de dados. Propor a discussão de situações do mundo real envolvente em que a variabilidade está presente.</p> <p>Por exemplo, o político questiona se valerá a pena candidatar-se às próximas eleições autárquicas para o seu concelho; o diretor de um agrupamento escolar questiona a percentagem de alunos que almoçam diariamente na escola; o padeiro questiona quantos pães deve fazer por dia; o gerente de uma fábrica têxtil questiona qual o tamanho das camisas em que deverá investir.</p> <p>Alertar para a necessidade de recolha de dados reais, como forma de responder a questões concretas. Promover a discussão sobre a dimensão da amostra a recolher, informando que esta dimensão depende muito da variabilidade presente na população subjacente e deverá ser tanto maior quanto maior for a dimensão da população.</p> <p>Informar que existem técnicas para definir quais as dimensões mínimas para garantir a precisão dos</p>	
---	---	---	--

	Intuir que os problemas estatísticos em que se recorre a amostras para inferir para a população subjacente, não têm uma solução matemática única que se possa exprimir como verdadeiro ou falso.	processos em que se pretende inferir para a população as propriedades verificadas na amostra. Chamar a atenção para que existem processos apropriados para a seleção das amostras de forma a garantir a aleatoriedade e a representatividade da população subjacente. Informar que a utilização da probabilidade vai permitir tomar uma decisão para a população, a partir do estudo da amostra, quantificando o erro cometido ou o grau de confiança nessa decisão, exemplificando com a forma como se transmite o resultado de uma sondagem eleitoral.	
Avaliação Intercalar			
Dados univariados	Identificar dados quantitativos discretos ou contínuos.	Informar que quando se está a recolher dados quantitativos, isto é, a “medir” a variável em estudo sobre as unidades estatísticas selecionadas para a amostra, confrontamo-nos com duas situações: ou a variável assume um número finito ou infinito numerável de valores distintos, caso em que se diz discreta, e a observação assume a forma de uma contagem; ou a variável pode assumir qualquer valor num intervalo em R, caso e que se diz contínua, e a observação assume a forma de uma medição. Salientar que a natureza dos dados não é uma característica necessariamente inerente à variável em estudo, porque pode depender da forma como é medida. Exemplificar com a variável Idade que é de tipo contínuo e que pode ser utilizada de forma discreta (10, 15, 23,...), uma peça de roupa, cujo “tamanho” é uma variável contínua, mas é frequentemente classificada em categorias (XS, S, M, L, XL, ...), isto é, dados de tipo qualitativo.	52 aulas
Dados quantitativos discretos ou contínuos			

Organização de dados	Organizar e representar a informação contida em dados quantitativos discretos e contínuos em tabelas de frequências absolutas, absolutas acumuladas, relativas e relativas acumuladas e interpretá-las.	Promover a utilização da tecnologia para construir tabelas e gráficos. Realçar a utilidade do diagrama de caule-e-folhas para uma ordenação rápida dos dados e salientar a importância do diagrama de extremos-e-quartis para comparar várias distribuições de dados.	
Histograma	Selecionar representações gráficas adequadas para cada tipo de dados identificando vantagens/inconvenientes, relembrando a construção de gráficos de barras, diagramas de caule-e-folhas e diagramas de extremos-e-quartis. Reconhecer que o histograma é um diagrama de áreas, e que para a sua construção é necessária uma organização prévia dos dados em classes na forma de intervalos.	Salientar que o aspeto do histograma depende do número de classes considerado, da amplitude de classe e do ponto onde se começa a considerar a construção da primeira classe (discutir com os alunos o que se entende por um número adequado de classes, chamando a atenção para que uma representação com muitas classes apresentará muita da variabilidade presente nos dados, não conseguindo fazer sobressair o padrão que se procura, enquanto que um número muito pequeno de classes esconderá esse padrão).	
Medidas de localização	Construir histogramas, considerando classes com a mesma amplitude. Interpretar as medidas de localização: média (\bar{x}) mediana (Me), moda(s) (Mo) e percentis (quartis como caso especial) na caracterização da distribuição dos dados, relacionando-as com as representações gráficas obtidas.	Salientar a importância do gráfico de barras e do histograma para uma posterior seleção do modelo da população subjacente à amostra, respetivamente discreto ou contínuo. Incentivar a utilização da tecnologia para o cálculo das diversas medidas, em particular quando a dimensão da amostra é razoavelmente grande, não negligenciando antecipadamente o cálculo dessas medidas usando papel e lápis para amostras de dimensão reduzida.	
Medidas de dispersão	Interpretar as medidas de dispersão, amplitude, amplitude interquartil e desvio padrão amostral, s , (variância amostral s^2) na caracterização da distribuição dos dados, relacionando-as com as representações gráficas obtidas.		
Propriedades das medidas	Compreender os conceitos e as seguintes propriedades das medidas: - Pouca resistência da média e do desvio padrão; - Desvio padrão é igual a zero equivale a que os dados sejam todos iguais; - Amplitude interquartil igual a zero, não implica a não existência de variabilidade; Conhecer que se os dados forem fornecidos já agrupados em classes, na forma de intervalos, torna se necessário adequar as fórmulas ou os	Promover a utilização da tecnologia para explorar as propriedades das medidas, nomeadamente as alterações provocadas nas medidas de localização e dispersão por transformação dos dados pela adição de uma constante a cada um e pela multiplicação por uma constante. Realçar a utilização enganadora da média, em casos em que existem outliers (dados muito diferentes do padrão dos restantes), devido à grande	

	<p>procedimentos existentes para dados não agrupados, para obter valores aproximados da média e do desvio padrão.</p> <p>Reconhecer que existem situações em que é preferível utilizar, como medida de localização, do centro da distribuição dos dados, a mediana em vez da média, e como medida de dispersão a amplitude interquartil em vez do desvio padrão, apresentando exemplos simples.</p> <p>Reconhecer que algumas representações gráficas são mais adequadas que outras para comparar conjuntos de dados, nomeadamente o diagrama de extremos e quartis, para comparar a distribuição de dois ou mais conjuntos de dados, realçando aspetos de simetria, dispersão, concentração, etc.</p>	<p>influência desses dados. Conduzir os alunos na compreensão da medida de variabilidade em relação à média, alertando para o facto da soma dos desvios em relação à média, por ser igual a zero. Incentivar os alunos a interpretar os conceitos e as propriedades das medidas, privilegiando a sua compreensão, em detrimento do uso de fórmulas e de procedimentos para as calcular. Por exemplo, depois de compreender o conceito de percentil, utilizar a função cumulativa ou as tabelas de frequências relativas acumuladas para calcular valores aproximados dessas medidas.</p>	
Dados bivariados	<p>Reconhecer que, para estudar a associação entre duas variáveis quantitativas de uma população, se observam essas variáveis sobre cada unidade estatística, obtendo-se uma amostra de pares de dados.</p>	<p>Conduzir os alunos a explorar situações em que tenha interesse estudar a associação entre duas variáveis sobre as mesmas unidades estatísticas.</p>	
Dados quantitativos	<p>Reconhecer a importância da representação dos dados no diagrama de dispersão, nuvem de pontos, para interpretar a forma, direção e força da associação (linear) entre as duas variáveis.</p>	<p>Envolver os alunos na discussão sobre a construção do diagrama de dispersão, em especial na identificação da variável independente ou explanatória.</p>	
Diagrama de dispersão	<p>Identificar o coeficiente de correlação linear r, como medida dessa direção e grau de associação (linear), e saber que assume valores pertencentes a $[-1,1]$, dizendo-se com base nesse valor que a correlação é positiva, negativa ou nula.</p>	<p>Por exemplo, pretendendo-se estudar a associação entre as variáveis “idade” e “altura”, a variável independente ou explanatória deverá ser a “idade” e a variável “altura” a variável dependente ou resposta.</p>	
Coeficiente de correlação linear	<p>Recorrer à tecnologia para proceder ao cálculo do coeficiente de correlação linear.</p>	<p>Apresentar a expressão do coeficiente de correlação e utilizá-la para interpretar a associação linear entre as variáveis como positiva, negativa ou nula.</p>	
Reta de regressão – variável independente ou explanatória	<p>Compreender que no caso do diagrama de dispersão mostrar uma forte associação linear entre as variáveis, essa associação pode ser descrita pela reta de regressão ou reta dos mínimos quadrados.</p>	<p>Realçar que o coeficiente de correlação só assume os valores -1 ou 1, quando os pontos no diagrama de dispersão estão alinhados numa reta.</p>	
- variável dependente ou resposta.	<p>Utilizar a tecnologia para determinar uma equação da reta de regressão.</p> <p>Compreender que na construção da reta de regressão não é indiferente qual das variáveis é que se considera como variável independente ou explanatória.</p> <p>Compreender que a existência de outliers influencia estes procedimentos.</p>	<p>Realçar e exemplificar que a correlação linear só mede a associação linear entre as variáveis, já que o coeficiente de correlação pode ser próximo de zero e as variáveis estarem fortemente correlacionadas, não linearmente.</p> <p>Realçar que só no caso de se visualizar uma associação aproximadamente linear entre os pontos do diagrama de dispersão é que tem sentido utilizar a tecnologia para</p>	

<p>Gráfico de linhas</p>	<p>Utilizar a reta de regressão para inferir o valor da variável dependente ou resposta, para um dado valor da variável independente ou explanatória, quando existe uma forte associação linear entre as variáveis, quer positiva, quer negativa, e desde que este esteja no domínio dos dados considerados.</p> <p>Compreender que não se pode confundir correlação com relação causa-efeito, pois podem existir variáveis “perturbadoras” que podem provocar uma aparente associação entre as variáveis em estudo.</p> <p>Entender que um gráfico de linhas é um caso particular de um diagrama de dispersão, em que se pretende estudar a evolução de uma das variáveis relativamente a outra variável, de um modo geral o tempo, e em que se unem, por linhas, os pontos representados.</p>	<p>calcular o coeficiente de correlação, bem como construir a reta de regressão.</p> <p>Comentar com os alunos a razão de se chamar à reta de regressão, reta dos mínimos quadrados. Propor a construção da reta de regressão, recorrendo à tecnologia e explorar a forma como é afetada por outliers.</p> <p>Exemplificar com os chamados “conjuntos de dados de Anscombe”, que embora apresentem as mesmas características amostrais, têm representações gráficas muito diferentes, realçando a importância de uma visualização prévia dos dados antes de proceder ao cálculo do coeficiente de correlação ou à construção da reta de regressão.</p> <p>Explorar o modelo da reta de regressão no contexto do estudo, nomeadamente inferindo valores da variável resposta para determinados valores para a variável explanatória.</p> <p>Propor a pesquisa na internet de situações em que existem variáveis “perturbadoras”.</p> <p>Promover a exploração de alguns exemplos concretos de gráficos de linhas, como a evolução da temperatura medida numa determinada hora, ao longo de um mês, em determinado local.</p> <p>Discutir e estabelecer a elaboração de um trabalho de projeto, contemplando as diversas fases (formulação de um problema, planificação, realização de pesquisas, recolha de informações e dados, análise e interpretação de resultados e conclusões). Reservar momentos de trabalho na sala de aula para o desenvolvimento e acompanhamento, em grupo, do trabalho de projeto, incluindo a escrita do respetivo relatório. Propor a discussão da pertinência e da necessidade de usar recursos e tecnologia.</p>	
--------------------------	---	---	--

<p>Aprofundamento do estudo de Estatística com trabalho de grupo</p>	<p>Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados à Estatística num problema contextualizado, desenvolvendo competências de representação e comunicação matemática. Desenvolver hábitos de pesquisa.</p> <p>Interpretar de forma crítica informação, modelos e processos.</p> <p>Conhecer, aplicar e criar modelos presentes na Estatística, tirando partido da tecnologia.</p> <p>Desenvolver a criatividade e a comunicação, através da apresentação do projeto em palestras, pósteres, vídeos ou outros suportes.</p>	<p>Promover a divulgação, em grupo, destes trabalhos, podendo essa etapa acontecer na sala de aula ou ser alargada a outros espaços da escola e para além desta. Estimular a discussão do tema de cada investigação que pode ser escolhido de entre uma lista de opções, como por exemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - A minha região em números! O que diz o Censos 2021...; - A nossa Cantina Escolar em números! - Alterações climáticas. Os negacionistas têm razão ou há estatísticas a provar que não? - Como estão os nossos oceanos? (Plasticus maritimus, Planeta tangerina, ...); - Somos oito mil milhões. Como estamos distribuídos? Valorizar aspetos relevantes da História da Matemática, ou o recurso à programação, sempre que for considerado relevante. <p>de cálculo e ao uso de simuladores disponíveis na Internet. Promover, em casos simples, o cálculo de, usando a folha de cálculo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - do capital inicial a depositar para, ao fim de um determinado tempo dado (um ano, prazos superiores a um ano), ter um certo capital final com uma taxa de juro fixa; - do tempo mínimo de capitalização, dados os capitais inicial e final e a taxa de juro, com um determinado objetivo. 	
<p>Avaliação sumativa 2º Semestre</p>			

Quadro 2

Avaliação	
Modalidades	Instrumentos
<ul style="list-style-type: none">• Formativa• Sumativa	<ul style="list-style-type: none">▪ Fichas de avaliação▪ Questões aula▪ Tarefas de avaliação formativa▪ Trabalhos individuais/grupo
Nota: no início do ano letivo o professor dará a conhecer aos alunos o conjunto preferencial de instrumentos de avaliação a utilizar.	
Estratégias / Recursos	
<ul style="list-style-type: none">▪ Manual adotado e caderno de atividades;▪ Plataformas Microsoft Teams e Escola Virtual;▪ Milage Aprender +;▪ Recursos multimédia (vídeos, apresentações em PowerPoint, animações de resoluções de exercícios, software matemático, entre outros)▪ Calculadora gráfica;▪ Equipamento informático;▪ Sites: IAVE, Matemática Absolutamente;▪ RED (Recursos Educativos Digitais). Estratégias de autorregulação avaliação formativa <ul style="list-style-type: none">▪ Indicar um conjunto de exercícios de referência para cada tema;▪ Promover a realização de resumos / formulários dos temas;▪ Promover a autonomia e o trabalho colaborativo, de modo a melhorar o processo ensino avaliação aprendizagem;▪ Fornecer feedback de qualidade aos alunos;▪ Aplicar avaliação formativa através de diversas atividades;	

- Promover a participação ativa dos alunos para a correção das fichas de avaliação e questões aula, identificando as suas dificuldades;
- Promover a investigação junto dos alunos incentivando-os à descoberta, à formulação de hipóteses e conjeturas e à posterior apresentação;
- Promover a autoavaliação e heteroavaliação.